Sophie Germain, lærervejledning

1.-3. klasse

Byen med de dyre bogstaver.

I første opgave kan bogstaverne koste alle etcifrede tal. Læreren sætter det tal ind, som eleverne skal bruge. Opgaven giver eleverne mulighed for at arbejde med multiplikation og udforske tabellerne.

Opgave to lægger op til, at eleverne arbejder med betydningen af antallet af de to bogstavtyper. En udfordringsopgave: Hvis eleverne kan bruge et tekstbehandlingsprogram, kan de sætte en tekst (fx opgaveteksten) ind og bruge søgeværktøjet til at finde antallet af de forskellige bogstaver og udarbejde en mere ”retfærdig” prisliste.

Opgave tre kan der alt efter elevernes engagement arbejdes længe med. En udfordring er at finde en smart metode til at finde hele alfabetets pris. Det ligner en opgave hos Gauss.

Sjov med minus

Eleverne kan lære at arbejde systematisk med en stadig stigende differens og finde antallet af løsninger. Fx kan differensen 7 fremkomme på 7 forskellige måder: $100 - 93$, $101 - 94$, $102 - 95$, $103 - 96$,

$104 - 97$, $105 - 98$ og $106 - 99$.

De højeste to tal er $999 - 10 = 989$, og her er kun en løsning!

Eleverne forventes ikke at finde alle løsninger, men at de kommer så langt, at de tør konkludere noget.

En pusleopgave

Der er tre løsninger: Spejlvendte og/eller drejede løsninger tælles ikke som forskellige

3 1 4 og 5 1 2 1 3 5 og 2 3 5 1 5 4 og 2 5 3

Udfordring: Prøve med andre rækker af fem tal på række fx 2, 3, 4, 5, 6. Eleverne skal prøve at finde en regel (starter talrækken med et ulige tal, kan alle de ulige tal stå i midten, og er det et lige tal i starten, skal der stå et lige tal i starten).

4.-6. klasse

Fire firere

Der er flere løsninger til opgaverne. En udfordring til hele klassen er sammen at finde mange løsninger til hver opgave. Herunder er kun et eksempel til hver opgave.

0 = 4 – 4 + 4 – 4

1 = (4 : 4) : (4 : 4)

2 = (4 : 4) + (4 : 4)

3 = (4 + 4 + 4) : 4

4 = (4 – 4) · 4 + 4

5 = (4 · 4 + 4) : 4

6 = [(4 + 4) : 4] + 4

$7 = 4 + 4 - (4 : 4)$

$8 = 4 \cdot 4 - (4 + 4)$

$9 = 4 + 4 + (4 : 4)$

Palindromtal

449 (3 trin) 918 (4 trin) 364 (5 trin) 1824 (3 trin) 97 (6 trin) 28 (2 trin) 87 (4 trin)

59 (3 trin) 89 (24 trin!)

57 palindromtal på 12 timer

Palindromtal i 7,9 % af de 12 timer (!)

De næste palindrom årstal: 2002 og 2112

De næste palindrom datoer: 12.02.2021, 22.02.2022 og 23.02.2023

7.-9. klasse

Har eleverne ikke arbejdet med primtal før, er det en fordel, hvis de arbejder med Eratosthenes si (se Eratosthenes, mellemtrin eller udskoling) før de går i gang med opgave 1.

Opgave 1, primtal og divisorer

Primtal har netop 2 divisorer. Derfor er 1 ikke et primtal.

Tager man eksponenterne i en primtalsfaktorisering og lægger 1 til hver af dem. Derefter ganger man disse tal med hinanden og får antallet af divisorer.

Antallet af divisorer er ulige, hvis tallet er et kvadrattal.

Fire udfordringer. I de tre første har mange løsninger, så her vises kun eksempler.

- $2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^1$ eller $2^9 \cdot 3^9$ eller 2^{99}
- 2^{999999} eller $2^{999} \cdot 3^{999}$ eller $2^9 \cdot 3^9 \cdot 5^9 \cdot 7^9 \cdot 11^9 \cdot 13^9$
- 32, 12, 18, 45, 243, 175, 99 og flere andre.
- Der er uendelig mange løsninger. Eksponenterne kan være 5 eller 2 og 1. De kan være eksponenter i uendelig mange potenser.

I udfyldning af de tomme felter kan eleverne med fordel bruge et digitalt værktøj. Facitliste på næste side.

Til opløsning i primfaktorer kan fx GeoGebras CAS-værktøj anvendes.

Til oplistning kan fx bruges http://www.sysform.dk/images/2016/finddivisor.htm

Når man har valgt 360° og ikke fx 400° kan det skyldes, at 360 har mange divisorer og derfor er lettere at regne med brøkdele i en tid med meget hovedregning. Det kan også skyldes andre forhold, fx at 60-talssystemet er det ældste positionstalsystem på kloden.

Tal	Tallet opløst i primfaktorer	Antal divisorer	Alle divisorer
144	$2^4 \cdot 3^2$	15	
300	$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$	18	
360	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$	24	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 og 360
400	$2^4 \cdot 5^2$	15	1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 40, 50, 80, 100, 200 og 400
675	$3^3 \cdot 5^2$	12	1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 135, 225 og 675
1000	$2^3 \cdot 5^3$	16	1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 125, 200, 250, 500 og 1000
5000	$2^3 \cdot 5^4$	20	1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 125, 200, 250, 500, 625, 1000, 1250, 2500 og 5000
1 000 000	$2^6 \cdot 5^6$	49	1 2 4 5 8 10 16 20 25 32 40 50 64 80 100 125 160 200 250 320 400 500 625 800 1000 1250 1600 2000 2500 3125 4000 5000 6250 8000 10000 12500 15625 20000 25000 31250 40000 50000 62500 100000 125000 200000 250000 500000 1000000

FP10 opgave

Facitliste:

- Mindste drejningsvinkel på figuren: 360º : 3 = 120º
- Antal drejninger: 360 : 30 = 12
- Divisorlisten for 360: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 og 360

Lykkelige tal

- De første 20 lykkelige tal: 1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97, 100
- Nej. Modbevis: 7 + 10 = 17
- Nej. Modbevis: 7 · 23 = 161
- Nej, 1776 er ikke et lykkeligt tal.

Sophie Germain-primtal

Alle Sophie Germain-primtal under 1000:

2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191, 233, 239, 251, 281, 293, 359, 419, 431, 443, 491, 509, 593, 641, 653, 659, 683, 719, 743, 761, 809, 911, 953